Notations pour le calcul réseau

A. Bouillard, M. Boyer, L. Jouhet*

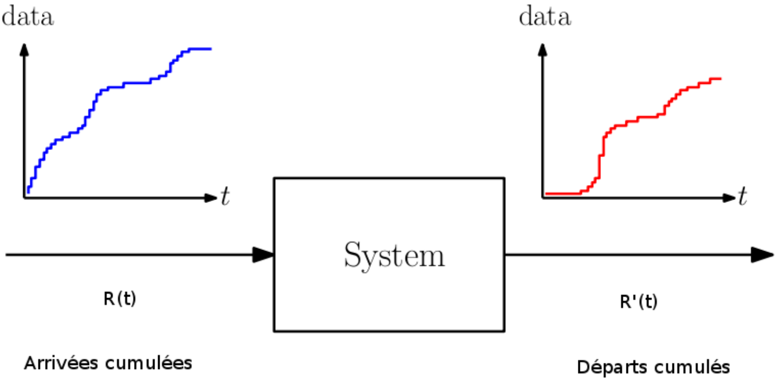
IRISA, ONERA, ENS Lyon

Mardi 17 novembre 2009

Le principe du calcul réseau

Calcul réseau

- Objectif général : analyse pire cas (déterministe) dans les réseaux de communication
- Modèle analysé : réseau avec serveurs et flux de données + contraintes très spécifiques
- Analyse systématique : à l'aide d'opérateurs $(min, +)$



Modéliser les contraintes liées au réseau (arrivées, service) dans le dioïde $(min, +)$, et en déduire des bornes sur le réseau.

1. Contexte
   - Origines des notations de calcul réseau
   - Les opérateurs issus de (min, $+$)
2. Eléments de réseau étudiés séparément
   - Courbe d'arrivée / de service
   - Qu'est ce qu'un serveur en calcul réseau ?
   - Courbe de service simple / de service strict
3. Mise en réseau des éléments séparés
   - Mise en séquence
   - Serveur MIMO
   - Politiques de service
4. Les bornes calculables en calcul réseau
   - Délais et occupation mémoire
   - Qualité des bornes
5. Conclusion

D'où viennent les différentes notions du calcul réseau ?

Origine des notations utilisées en calcul réseau

- Objet d'étude : flux, serveur, délai, charge
- Modélisation : courbe d'arrivée, courbe de service
- Support mathématique : le dïode $(min, +)$

But

- Simplifier certaines notations pour manipuler plus facilement les concepts (courbes)
- Clarifier certaines notions (serveur)

Opérateurs dans $(min, +)$

Fonctions croissantes, nulles sur les négatifs, et nulles en 0. $(\mathcal{F}_0)$.

Opérateurs classiques dans min-plus

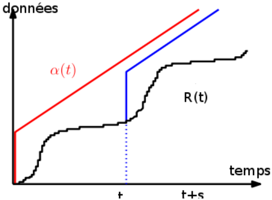
Minimum : $f \wedge g$
Maximum : $f \vee g$
Somme : $f + g$

Autres opérateurs dans min-plus

Convolution : $(f * g)(t) \stackrel{\text{def}}{=} \inf_{0 \leq s \leq t} f(t-s) + g(s)$
Déconvolution : $(f \oslash g)(t) \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{s \geq 0} f(t+s) - g(s)$
Clôture sous-additive : $f^* \stackrel{\text{def}}{=} \delta_0 \wedge f \wedge (f * f) \wedge (f * f * f) \wedge \cdots$

Naturel de travailler dans $(min, +)$

Courbes d'arrivée



Définition

$$\forall (t,s) \in \mathbb{R}^2_{\geq 0} : R(t+s) - R(t) \leq \alpha(s)$$

Autres formulations

- « R admet α comme courbe d'arrivée », « R est contrainte par α » ou « R est α-lisse »
- $R \leq R * \alpha$

Notation pour les courbes d'arrivée

Notation [Schioler]

$$R \prec \alpha \overset{\text{def}}{\iff} R \leq R * \alpha$$

Quelques propriétés classiques des courbes d'arrivée

- $R \prec \alpha, \alpha \leq \alpha' \implies R \prec \alpha'$
- $R \prec \alpha, R \prec \alpha' \implies R \prec \alpha \wedge \alpha'$
- $R \prec \alpha, R' \prec \alpha' \implies R + R' \prec \alpha + \alpha'$
- $R \prec \alpha \implies R \prec \alpha^*$

La notion de courbe de service

Définition d'une courbe de service β [Le Boudec]

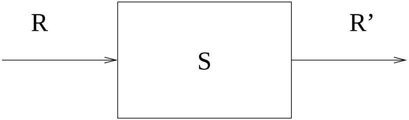
« Soit S un serveur traversé par un flux de courbe d'entrée R et de sortie R'. Alors S offre au flux un service β ssi $R' \geq R * \beta$. »

Besoin d'une notation

Avant de définir ce qu'est un service, il faut définir la notion de serveur.

Qu'est ce qu'un serveur en calcul réseau ?

Cas SISO (Une entrée, Une sortie)



Distinction entre fonctionnement réel et contraintes

- En pratique : Pour un flux en entrée, un serveur associe un flux unique en sortie (déterminisme)
- En calcul réseau : Pour un flux en entrée, on veut considérer tous les flux qui peuvent exister en sortie (non déterminisme)

Qu'est ce qu'un serveur en calcul réseau ?

Cas SISO (Une entrée, Une sortie)

Un serveur transmet un flux (non déterministe)

Serveurs

$$\mathcal{S}_1 \stackrel{\text{def}}{=} \{S : \mathcal{F}_0 \to \mathcal{P}(\mathcal{F}_0) \backslash \{\emptyset\} \mid \forall R, \forall R', R' \in S(R) \implies R' \leq R\}$$

Entrée - Sortie

$$R \xrightarrow{S} R' \stackrel{\text{def}}{=} R' \in S(R)$$

Plusieurs types de courbes de service

Courbe de service simple

On peut maintenant définir la notion de courbe de service

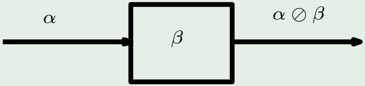
Courbe de service

$S \trianglerighteq \beta \overset{\text{def}}{\iff} \forall R, \forall R' \text{ tel que } R \xrightarrow{S} R', \; R' \geq R * \beta$

Résultats classiques sur les courbes de service simple

On peut exprimer simplement des théorèmes de la littérature :

Courbe d'arrivée en sortie d'un serveur (SISO)



$$R \prec \alpha, S \trianglerighteq \beta, R \xrightarrow{S} R' \implies R' \prec \alpha \oslash \beta$$

On peut toujours sous-approximer une courbe de service

$$S \trianglerighteq \beta, \beta \geq \beta' \implies S \trianglerighteq \beta'$$

Plusieurs types de courbes de service

Courbe de service strict

Courbe de service strict

Un serveur offre une courbe de service strict si, sur toute période chargée, la sortie du serveur est au moins égale à la courbe de service strict.

Périodes chargées

«Intervalle de temps pendant lequel la file d'attente n'est jamais vide»
$\mathcal{BP}_{R,R'} \stackrel{\text{def}}{=} \{I \in \mathcal{I}_{\geq 0} \mid \forall t \in I,\ R(t) > R'(t)\}$

$\mathcal{I}_{\geq 0}$: intervalles de $\mathcal{R}^+$

Notation pour les courbes de service strict

Courbe de service strict

$S \triangleright \beta \overset{\text{def}}{\iff} \forall R, R' \in \mathcal{F}_0$ tels que $R \xrightarrow{S} R', \forall I \in \mathcal{BP}_{R,R'},$
$\forall t, t' \in I,\ R'(t') - R'(t) \geq \beta(t' - t)$

Si β est une courbe de service strict pour S, alors c'est aussi une courbe de service simple

$S \triangleright \beta \implies S \trianglerighteq \beta$

Courbes de service minimal et maximal

Courbe de service maximal

On peut ajouter à la notion de courbe de service habituelle (service minimal), la notion de service maximal.
Pour ne pas les confondre, on utilise $\trianglelefteq_U$ pour le service maximal (*upper*) et $\trianglerighteq_L$ pour le service minimal (*lower*)

Séquence de serveurs
Pay Burst Only Once

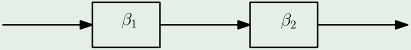
On a modélisé la notion de serveur comme une relation entre courbe d'entrée et de sortie.

Composition

La mise en séquence de deux serveurs est la composition des deux relations.

$$(S \circ S')(R) \stackrel{\text{def}}{=} \{R'' \mid \exists R', R \xrightarrow{S} R' \xrightarrow{S'} R''\}$$

Pay Burst Only Once



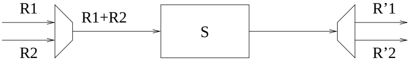
$$S \trianglerighteq \beta, S' \trianglerighteq \beta' \implies (S \circ S') \trianglerighteq \beta * \beta'$$

Rq : La convolution est un compromis

Qu'est ce qu'un serveur en calcul réseau ?

Cas MIMO

Pour l'instant, on n'a que des serveurs SISO

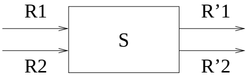


On ne peut pas utiliser de multiplexeur

- Modéliser un multiplexeur est assez simple
- Démultiplexeur : on ne peut pas reconstituer les flux à partir de leur somme.

Qu'est ce qu'un serveur en calcul réseau ?

Cas MIMO



Définition d'un serveur MIMO

- On ne s'intéresse pas aux nombres d'entrées et de sorties du serveur en pratique, mais aux flux qui le traversent
- Un serveur à *n* flux aura donc *n* entrées et autant de sorties
- Cette définition dépend de la topologie

Qu'est ce qu'un serveur en calcul réseau ?
Cas MIMO

Courbe de service simple (MIMO)

$$S \trianglerighteq \beta \overset{\text{def}}{\iff} \forall \mathbf{R}, \forall \mathbf{R}', \text{ t.q. } \mathbf{R} \xrightarrow{S} \mathbf{R}', ||\mathbf{R}'|| \geq ||\mathbf{R}|| * \beta$$

Courbe de service strict (MIMO)

$$S \triangleright \beta \overset{\text{def}}{\iff} \forall \mathbf{R}, \mathbf{R}', \text{ t.q. } \mathbf{R} \xrightarrow{S} \mathbf{R}', \forall I \in \mathcal{BP}_{||\mathbf{R}||,||\mathbf{R}'||},$$
$$\forall t, t' \in I, ||\mathbf{R}'||(t') - ||\mathbf{R}'||(t) \geq \beta(t' - t)$$

$\mathbf{R}$: vecteur ; $||.||$: norme 1.

(Remarque : pour tout n, si $\mathbf{R} \in \mathcal{F}_0^n$, alors $||\mathbf{R}|| \in \mathcal{F}_0$.)

Politique de service

La prise en compte des politiques est un enjeu majeur du calcul réseau. (et une difficulté)

Politiques de services les plus étudiées

- FIFO
- Fixed Priority
- Blind Multiplexing

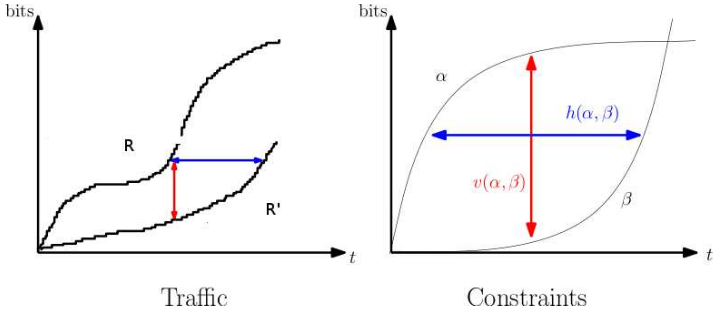
Souvent, on essaye d'agréger seulement certains flux pour simplifier la résolution, ce qui n'est pas évident.

Déviation horizontale et verticale

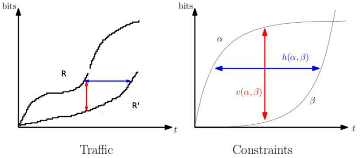
FIFO par flux

Déviation horizontale, déviation verticale

$$h(f,g) \stackrel{\text{def}}{=} \inf\{d \geq 0 \mid \forall t, f(t) \leq g(t+d)\}$$
$$v(f,g) \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{t\geq 0}\{f(t) - g(t)\}$$



Définir les bornes à partir des déviations horizontale et verticale



Bornes en calcul réseau

Délai maximal : $d(R,S) \stackrel{\text{def}}{=} \sup\left\{ h(R,R') \,\middle|\, R \xrightarrow{S} R' \right\}$

Charge maximale : $b(R,S) \stackrel{\text{def}}{=} \sup\left\{ v(R,R') \,\middle|\, R \xrightarrow{S} R' \right\}$

Courbe d'arrivée, Courbe de service simple, FIFO par flux

$R \prec \alpha, S \trianglerighteq \beta \implies d(R,S) \leq h(\alpha,\beta), b(R,S) \leq v(\alpha,\beta)$

Qualité des bornes

Trois sources (au moins) d'écart avec la réalité

- Modélisation manque de précision : par exemple les classes de fonctions utilisées
- Bornes non atteignables, de part la nature de certains calculs effectués en calcul réseau ? (cf. PBOO)
- Certains comportements ne peuvent pas être modélisés par le calcul réseau. (*)

Quelques sources

[Cruz, 1991] Cruz, Rene L.
A calculus for network delay, Part I / Part II

[Chang, 2000] Chang, Cheng-Shang
Performance Guarantees in communication networks

[Le Boudec, 2001] Le Boudec, Jean-Yves and Thiran, Patrick
Network Calculus

[Baccelli, 1992] Baccelli, F. and Cohen, G. and Olsder G.J. and Quadrat, J.-P.
Synchronization and Linearity, An algebra for discrete event systems

Conclusion

Contribution

- Formalisation de la notion de serveur comme une relation en calcul réseau
- De nouvelles notations pour faciliter la manipulation du calcul réseau

Perspectives

- Mieux comprendre les politiques de service
- Travailler avec des topologies plus compliquées

Questions ?

Merci de votre attention.