

Classifications de modèles de calcul réseau

A. Bouillard, M. Boyer, L. Jouhet*, E. Thierry

Ens Cachan - Ker Lann, ONERA, Ens Lyon. Projet ANR Pégase.

Journée WEED - 5 janvier 2010

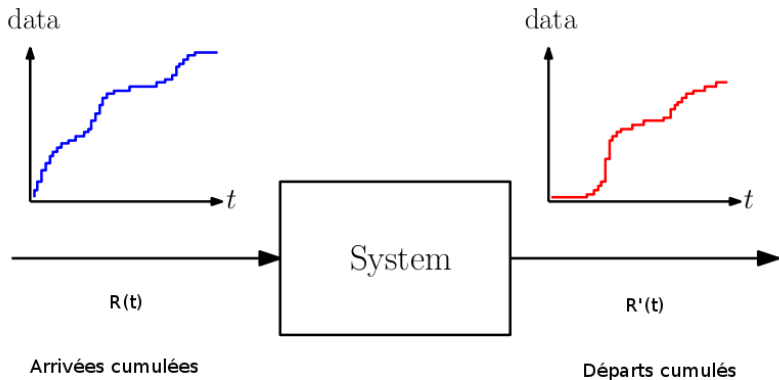
Plan

- 1 Network Calculus
- 2 Différentes notions de service
- 3 Propriétés, et Comparaison des différentes notions de service
- 4 Comparaison avec RTC
- 5 D'autres notions de service ?

Le principe du calcul réseau

Calcul réseau

- Objectif général : analyse pire cas (déterministe) dans les réseaux de communication
- Modèle analysé : réseau avec serveurs et flux de données + contraintes très spécifiques
- Analyse systématique : à l'aide d'opérateurs ($\min, +$)



Modéliser les contraintes liées au réseau (arrivées, service) dans le dioïde $(min, +)$, et en déduire des **bornes** sur le **réseau**.

Opérateurs

let $f, g \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathbb{R}_+,$

Opérateurs dans $(\min, +)$

(Inf-)convolution : $(f * g)(t) = \inf_{0 \leq s \leq t} (f(s) + g(t - s)).$

Sup-convolution : $(f \bar{*} g)(t) = \sup_{0 \leq s \leq t} (f(s) + g(t - s)).$

(Sup-)deconvolution : $(f \oslash g)(t) = \sup_{u \geq 0} (f(t + u) - g(u)).$

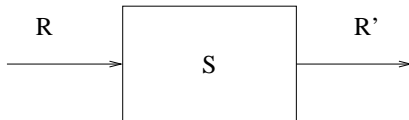
Inf-deconvolution : $(f \bar{\oslash} g)(t) = \inf_{u \geq 0} (f(t + u) - g(u)).$

Positive rounding : $f_+(t) = \max(f(t), 0).$

Positive and non-decreasing upper closure :

$f_{\uparrow}(t) = \max(\sup_{0 \leq s \leq t} f(s), 0).$

Qu'est ce qu'un serveur en calcul réseau ?



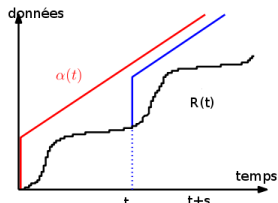
Serveur

- En calcul réseau : Pour un flux en entrée, on veut considérer **tous les flux** qui peuvent exister en sortie (non déterminisme)

Serveurs

$$\mathcal{S}_1 \stackrel{\text{def}}{=} \{S : \mathcal{F}_0 \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{F}_0) \setminus \{\emptyset\} \mid \forall R, \forall R', R' \in S(R) \implies R' \leq R\}$$

Courbes d'arrivée



Définition

$$\forall (t, s) \in \mathbb{R}_{\geq 0}^2 : R(t + s) - R(t) \leq \alpha(s)$$

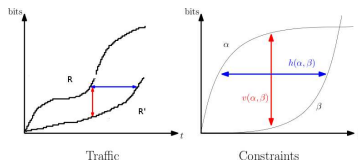
Autre formulation

$$R \leq R * \alpha$$

Service, courbe

Définition d'une courbe de service β [Le Boudec]

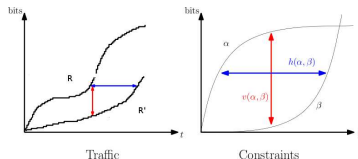
« Soit S un serveur traversé par un flux de courbe d'entrée R et de sortie R' . Alors S offre au flux un service β ssi $R' \geq R * \beta$. »



Terminologie

Disclaimer sur le nom "Service de courbe β ".

Définir les bornes à partir des déviations horizontale et verticale



Bornes en calcul réseau

Délai maximal : $d(R, S) \stackrel{\text{def}}{=} \sup \{ h(R, R') \mid R \xrightarrow{S} R' \}$

Charge maximale : $b(R, S) \stackrel{\text{def}}{=} \sup \{ v(R, R') \mid R \xrightarrow{S} R' \}$

Courbe d'arrivée, Courbe de service simple, FIFO par flux

$R \prec \alpha, S \succeq \beta \implies d(R, S) \leq h(\alpha, \beta), b(R, S) \leq v(\alpha, \beta)$

Remarque : busy period vs backlogged period

Busy/Backlogged

Busy period : activité du serveur.

Backlogged period : la file d'attente n'est jamais vide sur un intervalle de temps donné.

Plan

- 1 Network Calculus
- 2 Différentes notions de service
- 3 Propriétés, et Comparaison des différentes notions de service
- 4 Comparaison avec RTC
- 5 D'autres notions de service ?

Plusieurs notions

- **Simple service curve :**

$$\mathcal{S}_{\text{simple}}(\beta) = \{(A, B) \in \mathcal{F}_{\uparrow} \times \mathcal{F}_{\uparrow} \mid A \geq B \geq A * \beta\}.$$

- **Strict service curve (weak sense) :**

$$\mathcal{S}_{\text{wstrict}}(\beta) = \{(A, B) \in \mathcal{F}_{\uparrow} \times \mathcal{F}_{\uparrow} \mid A \geq B, \text{ and } \forall t \geq 0, B(t) - B(\text{start}(t)) \geq \beta(t - \text{start}(t))\}.$$

- **Strict service curve :** $\mathcal{S}_{\text{strict}}(\beta) = \{(A, B) \in \mathcal{F}_{\uparrow} \times \mathcal{F}_{\uparrow} \mid A \geq B, \text{ and } \forall \text{ backlogged period }]s, t], s \leq t, B(t) - B(s) \geq \beta(t - s)\}.$

- **Variable capacity node :**

$$\mathcal{S}_{\text{vcn}}(\beta) = \{(A, B) \in \mathcal{F}_{\uparrow} \times \mathcal{F}_{\uparrow} \mid \exists C \in \mathcal{F}_{\uparrow}, \forall t \geq 0, B(t) = \inf_{0 \leq s \leq t} [A(s) + C(t) - C(s)] \text{ and } \forall 0 \leq s \leq t, C(t) - C(s) \geq \beta(t - s)\}.$$

Motivations

Buts

Expressivité : Pour une notion de service donnée, que peut-on modéliser ?

Manipulation des objets : ces notions de services sont-elles stables par les opérateurs utilisés en network calculus ?

Bornes : peut-on calculer des bornes (de bout-en-bout) à partir d'informations sur le service ?

Attention

Une courbe toute seule, ça ne veut rien dire ! (cf. graphique)

Service simple

Service simple

$$\mathcal{S}_{\text{simple}}(\beta) = \{(A, B) \in \mathcal{F}_{\uparrow} \times \mathcal{F}_{\uparrow} \mid A \geq B \geq A * \beta\}.$$

Propriétés

Notion de base.

Utilisée en pratique pour le calcul des bornes : très important.

Compatible avec la mise en tandem.

MAIS Pas de service résiduel.

Service strict

Service strict

$$\mathcal{S}_{strict}(\beta) = \{(A, B) \in \mathcal{F}_\uparrow \times \mathcal{F}_\uparrow \mid A \geq B, \text{ and } \forall \text{ backlogged period }]s, t], s \leq t, B(t) - B(s) \geq \beta(t - s)\}.$$

Propriétés

Utilisé en pratique pour les calculs.

On peut calculer un service résiduel quand un serveur est partagé par 2 flux.

MAIS Pas stable par mise en tandem.

Service strict weak

Service strict weak

$$\mathcal{S}_{wstrict}(\beta) = \{(A, B) \in \mathcal{F}_\uparrow \times \mathcal{F}_\uparrow \mid A \geq B, \text{ and } \forall t \geq 0, B(t) - B(\text{start}(t)) \geq \beta(t - \text{start}(t))\}.$$

(Cas particulier du service strict.)

Variable Capacity Node

Variable capacity node

$$\mathcal{S}_{vcn}(\beta) = \{(A, B) \in \mathcal{F}_\uparrow \times \mathcal{F}_\uparrow \mid \exists C \in \mathcal{F}_\uparrow, \forall t \geq 0, B(t) = \inf_{0 \leq s \leq t} [A(s) + C(t) - C(s)] \text{ and } \forall 0 \leq s \leq t, C(t) - C(s) \geq \beta(t - s)\}.$$

Variante de service strict, basé sur un système de jeton. cf. RTC.

Plan

- 1 Network Calculus
- 2 Différentes notions de service
- 3 Propriétés, et Comparaison des différentes notions de service**
- 4 Comparaison avec RTC
- 5 D'autres notions de service ?

Monotonie

Proposition (Monotony)

For any type \mathcal{T} of service curve in the literature, for all $\beta, \beta' \in \mathcal{F}$ (not necessarily in \mathcal{F}_\uparrow), if $\beta \leq \beta'$ then $\mathcal{S}_{\mathcal{T}}(\beta) \supseteq \mathcal{S}_{\mathcal{T}}(\beta')$.

Moreover, for strict and weakly strict service curves, one can replace service curves by their closure.

Proposition

Let $\beta \in \mathcal{F}$, then

$$\mathcal{S}_{wstrict}(\beta) = \mathcal{S}_{wstrict}(\beta_\uparrow),$$

$$\mathcal{S}_{strict}(\beta) = \mathcal{S}_{strict}(\beta_\uparrow) \text{ and}$$

$$\mathcal{S}_{strict}(\beta) = \mathcal{S}_{strict}(\beta^*).$$

Monotonie raffinée

Theorem (Monotony refined)

Let $\beta, \beta' \in \mathcal{F}$,

- $\mathcal{S}_{wstrict}(\beta) \supseteq \mathcal{S}_{wstrict}(\beta')$ if and only if $\beta_{\uparrow} \leq \beta'_{\uparrow}$.
- $\mathcal{S}_{strict}(\beta) \supseteq \mathcal{S}_{strict}(\beta')$ if and only if $(\beta_{\uparrow})^{\bar{*}} \leq (\beta'_{\uparrow})^{\bar{*}}$.

En cours

Cas des services simples.

Formes canoniques

Pour une famille de courbe donnée, et un service donné, peut-on obtenir un représentant canonique (unique) ?

Theorem (Families of service curves)

- $\bigcap_{i \in I} \mathcal{S}_{wstrict}(\beta_i) = \mathcal{S}_{wstrict}(\sup_{i \in I} \beta_i)$.
- $\bigcap_{i \in I} \mathcal{S}_{strict}(\beta_i) = \mathcal{S}_{strict}((\sup_{i \in I} \beta_i)^*)$.

En cours

Dans le cas 'service simple', pas de représentant unique. Une famille infinie ?

Que peut-on savoir à partir de la donnée d'UNE "courbe" ?

A quoi correspond une courbe ?

Th. Hiérarchie

For all $\beta \in \mathcal{F}$, we have the following inclusions :

$$\mathcal{S}_{vcn}(\beta) \subseteq \mathcal{S}_{strict}(\beta) \subseteq \mathcal{S}_{wstrict}(\beta) \subseteq \mathcal{S}_{simple}(\beta)$$

Cas d'égalité : pas toujours évident. Cas très particuliers.

Expressivité, Représentabilité

Peut-on passer d'une notion l'autre ? (Quitte à changer de courbe)

Dans le cas général non. On a déjà un problème au niveau expressivité (ex : simple).

But

Travailler avec une seule notion.

Plan

- 1 Network Calculus
- 2 Différentes notions de service
- 3 Propriétés, et Comparaison des différentes notions de service
- 4 Comparaison avec RTC
- 5 D'autres notions de service ?

RTC vs VCN

RTC Greedy Processor

$R[s, t)$, $s \leq t$, $s, t \in \mathbb{R}$, non-negative, satisfying the Chasles relation : $\forall u \leq v \leq w$, $R[u, w) = R[u, v) + R[v, w)$.

Intuition : au lieu de manipuler des courbes d'arrivée et de départ cumulées, on s'intéresse à ce qui arrive sur des intervalles de temps.

NC Variable Capacity Node

$R(t)$, $t \in \mathbb{R}$ or more often $t \in \mathbb{R}_+$, non-decreasing and $R(0) = 0$.

pour les deux, on a quand même une notion d'enveloppe (β).

RTC Greedy Processor (Wandeler)

$$(A7) R'[s, t] = C[s, t] - C'[s, t]$$

$$(A8) C'[s, t] = \sup_{s \leq u \leq t} [C[s, u] - R(s, u) - B(s), 0]$$

$$(A10) B(t) - B(s) = R[s, t] - R'[s, t]$$

NC Variable Capacity Node (Thiele)

$$(B1) R'(t) = \inf_{0 \leq u \leq t} [C(t) - C(u) + R(u)]$$

$$(B2) C'(t) = C(t) - R'(t)$$

$$(B3) B(t) = R(t) - R'(t)$$

Equivalence

RTC et VCN modélisent les mêmes serveurs :

$$\mathcal{S}_{vcn}(\beta) = \mathcal{S}_{RTC}(\beta)$$

Plan

- 1 Network Calculus
- 2 Différentes notions de service
- 3 Propriétés, et Comparaison des différentes notions de service
- 4 Comparaison avec RTC
- 5 D'autres notions de service ?

Existe-t-il d'autres notions de service

Autres notions de service

Plein : adaptative (Leboudec), worst case, maximum/minimum, intersections d'autres notions...

Attention : change l'expressivité

Une notion intermédiaire est-elle possible ?

Notion 'intermédiaire' entre strict et simple, avec une condition supplémentaire : stabilité pour la concaténation (ce n'est pas le cas pour les services stricts).

Une nouvelle notion intermédiaire ?

"Intermédiaire"

$$\mathcal{S}_{strict}(\beta) \subseteq \mathcal{S}_{inter}(\beta) \subseteq \mathcal{S}_{simple}(\beta)$$

Si on veut la stabilité pour la concaténation, on obtient un service simple.

Résultat négatif

On retombe sur la courbe de service simple

Merci de votre attention

Perspectives

Caractériser les familles de courbes, dans le cas du service simple.
Quelle familles de courbes peut-on 'traduire' d'une notion à une autre ?